# Teze disertační práce

# Téma:

# Modelování hydrodynamické zkoušky

# Autor: Ing. Jiří Holub

# Školitel: prof. Ing. Pavel Pech, CSc.

1. Základní popis prostředí a fyzikální charakteristiky horninového prostředí

Horninové prostředí – porézní

Typy kolektorů a jejich charakterizace

Storativity, transmisivita, heterogenita, hydraulická vodivost

1. Fyzikální popis proudění podzemní vody v horninovém prostředí Darcyho zákon, Dupiotovy postuláty, neustálene vs. neustálené proudění, Theim vs TheisRovnice popisující proudení podzemní vody a rotačně symetrické proudění
2. Řešení rovnice popisující proudění podzemní vody

Způsoby řešení Laplace rovnice, analytické a numerické řešení, jejich porovnání (zatím obecné řešené bez reálného vrtu)

1. Čerpací zkouška – k čemu a proč, dodatečné odpory a vlastní objem vrtu

Průběh čerpací zkoušky a základní popis metodiky, základní způsoby vyhodnocení a jejich možná úskalí, dodatečné odpory a vlastní objem vrtu a jejich vliv na průběh čerpací zkoušky

1. Fyzikální popis parametrů reálného vrtu

Fyzikální popis vlastního objemu vrtu a dodatečných odporů

1. Řešení proudní podzemní vody s vlivem dodatečných odporů a vlastního objemu vrtu

Řešení rovnice proudění podzemní vody s vlivem dodatečných odporů a vlastního objemu vrtu, Stehfestův anlgoritmus

# Základní popis horninového prostředí a jeho fyzikální charakteristiky ve vztahu k podzemním vodám

## Podzemní voda

Vodu nacházející se pod zemským povrhem označujeme jako podpovrchová voda. Předmětem zájmu této práce bude podpovrchová voda, která se vyskytuje v nasycené zóně (zóna saturace) půdních a geologických celků a pro kterou se používá označení podzemní voda (*Valentová*, 2007).

## Klasifikace zvodnělých vrstev

K pohybu podzemních vod dochází díky spojitosti propustných oběhových cest mezi filtrační a vývěrovou oblastí. Čas, za který podzemní voda tuto cestu uplyne, nazýváme doba zdržení. Oblast kde k takovému proudění nedochází, nebo je značně omezeno vůči okolním vrstvám, označujeme jako izolátor. Pokud však geologická formace může částečně vodu propouštět, označujeme ji jako polopropustnou vrstvu (poloizolátor). Označení oblasti za propustnou, nepropustnou nebo polopropustnou je vždy relativní pojmem, protože žádnou horninu nemůžeme označit za zcela absolutně propustnou nebo nepropustnou. Hlavním kritériem zůstává rozdíl v propustnosti sousedících vrstev (*Valentová*, *Jetel*).

Zvodnělé oblasti můžeme rozdělit na kolektory s volnou a napjatou hladinou, v závislosti na tlakových podmínkách na hladině podzemní vody (*Freeze at Cherry*, 1979).

V závislosti na tlakových podmínkách na hladině podzemní vody dělíme zvodnělé vrstvy na tyto kategorie:

1. **Zvodnělé vrstvy s napjatou hladinou**

Za zvodnělý kolektor s napjatou hladinou můžeme označit takový kolektor, který je omezen shora i zdola nepropustným prostředím. V případě průniku horní vrstvou, voda vystoupí nad úroveň svrchní hraniční nepropustné vrstvy. Jestliže ze studny voda samovolně vytéká na zemský povrch, můžeme tuto studnu označit za artézskou.

1. **Zvodnělé vrstvy s volnou hladinou**

Je takový kolektor, který je shora ohraničen hladinou podzemní vody, kde je atmosférický tlak. Kolektor s volnou hladinou může být dotován vodou přímo z oblasti, která je nad kolektorem.

1. **Zvodnělé vrstvy s přetékáním**

Kolektor, který je dotován z horní nebo dolní vrstvy tvořící hranice kolektoru, označujeme jako kolektor s přetékáním. Přestože hraniční vrstvy často označujeme jako izolátory, v tom případě se spíše jedná o polopropustné vrstvy, umožňující částeční průnik vody (*Pech*, 2010).

## Pórovitost

Pórovitost zvodnělého prostředí je dána podílem celkového objemu pórů, které se nacházejí ve vymezeném objemu zvodnělého prostředí *Vt.* Při vynásobení stem dostaneme procentuální podíl pórů v celkovém objemu vzorku (*Pech*, 2010).

*n = Vp / Vt*

Půdy patří mezi nejvíce porézní materiály v přírodě. Pórovitost závisí hlavně na velikost zrn tvořící horninové prostředí a na tvaru horninových částic (*Heath*, 1983).

## Hydraulická vodivost

Hydraulická vodivost patří mezi základní hydraulické charakteristiky zvodnělých vrstev. Koeficient K vyskytující se v Darcyho rovnici, která popisuje pohyb vody porézním prostředí se nazývá hydraulická vodivost, tento parametr má rozměr rychlosti [L/T].

Mezi veličiny ovlivňující hydraulickou vodivost řadíme hustotu kapaliny a její viskositu. Z charakteristik porézního půdního prostředí mají význam zejména zrnitostní složení a tvar zrn pórů, pórovitost a měrný povrch. Hydraulickou vodivost můžeme vyjádřit ve tvaru:

K =

kde k [L2] se nazývá propustnost porézního prostředí a ƞ dynamická viskosita, kterou můžeme vyjádřit jako součin hustoty a kinematické viskosity (Valentová, 2007).

## Propustnost

Na rozdíl od hydraulické vodivosti, propustnost je závislá pouze na charakteristikách porézního prostředí. Určuje schopnost materiálu propouštět vodu bez ohledu na fyzikální vlastnosti kapaliny (*Pech*, 2010). Její hodnotu můžeme určit empirickým vztahem (*Bazer, Schweiger*, 1969).

## Transmisivita

Transmisivita označuje schopnost propouštět vodu porézním horninovým prostředím. V případě, že se jedná o homogenní kolektor, definujeme ji jako součin koeficientu hydraulické vodivosti a výšky zvodnělé vrstvy (*Pech*, 2010).

T = b K

kde K je hydraulická vodivost [L/T] a b výška zvodnělé vrstvy [L].

## Storativita

Storativita je parametr určující schopnost nasyceného zvodnělého prostředí přijímat nebo uvolňovat určité množství vody. Specifická storativita *Ss* porézního prostředí je hodnota představující schopnost nasyceného porézního prostředí akumulovat určité množství vody a je definována jako objem vody, který se uvolní z jednotkového objemu zvodnělé vrstvy při jednotkové snížení piezometrické výšky.

Specifická storativita Ss[L-1] je definována součtem dvou členů. První člen je určen:

dVv = α ρ g

kde α stlačitelnost zvodnělé vrstvy, ρ [M/L3] hustota kapaliny a g představuje gravitační zrychlení[L/T2]

a druhý člen:

dVv = βv n ρ g

kde βv je faktor způsobený stlačitelností kapaliny a n poróvitost.

Po součtu těchto členů můžeme specifickou storativitu vyjádřit vztahem:

Ss = ρ g (α + nβv)

V případě kolektoru s napjatou hladinou, který je ohraničen nepropustnými vrstvami ke změně množství dojde v důsledku stlačitelnosti porézního prostředí a stlačitelnosti proudící kapaliny (*Valentová*, 2007).

Ss = dH

kde Ss je specifická storativita [L-1]

Bezrozměrný parametr storativity zvodně S je definován:

S = Ss b

kde b výška kolektoru, kde bylo dosaženo jednotkového poklesu piezometrické výšky s plochou podstavy 1m2.

## Homogenita a anizotropie půdního prostředí

Jestliže hodnota hydraulické vodivosti K je pro celý kolektor konstantní, můžeme dané prostřední označit za homogenní. V opačném případě se jedná o heterogenní formaci, v případě definice souřadného systému xyz lze vyjádřit hodnotu hydraulické vodivosti jako funkci prostorových proměnných K(x,y,z). Výsledné hodnoty funkce pro heterogenní kolektor nejsou konstantní. (*Freeze, Cherry*, 1979). V geologickém prostředí se můžeme setkat s celou řadou druhů heterogenity hydraulické vodivosti, například: heterogenita s náhlou změnou heterogenity, nebo heterogenita s postupnou změnou hydraulické vodivosti.

Pokud hodnota hydraulické vodivosti nezávisí na směru, jedná se o izotropním prostředí. V opačném případě označujeme prostředí za anizotropní, tedy hydraulická vodivost se liší v závislosti na směru. Tento fakt můžeme po zavedení souřadného systému xyz vyjádřit vztahem Kx ≠ Ky ≠ Kz (*Pech*, 2010).

# **Základní fyzikální popis pohybu vody v horninovém prostředí**

## Darcyho zákon

Darcyho zákon objevil francouzský hydraulik Henry Darcy v roce 1856, stanovil závislost mezi proteklým množstvím vody Q[L3/T], které se přímo úměrně zvětšuje s rozdílem hydraulických výšek a nepřímo úměrně s délkou L, kde byli měřeny hodnoty hydraulické výšky. Tento vztah se vyjadřuje pomocí rovnice:

Nasycená hydraulická vodivost *K* je základní charakteristika půdního prostředí, má rozměr rychlosti [L/T]. Hodnoty H1 a H2 představují hydraulickou výšku na vstupu a výstupu aparatury, vzdálenost mezi nimi je reprezentována hodnotou L. Směr proudu je určen gradientem potenciálu hydraulické výšky (*Freeze, Cherry*, 1979).

Pokud známe průtok Q přes plochu vzorku S, po vydělení těchto hodnot obdržíme hustotu toku *v*. Hustota toku je označována za Darcyho rychlost a má rozměr rychlosti[L/T] (*Valentová*, 2007).

(2.2)

Ve skutečnosti se voda pohybuje jen propustnými póry a nevyplňuje celou plochu vzorku. Pro získání skutečné hodnoty rychlosti je potřeba Darcyho rychlosti upravit. Je-li pórovitost *n* pak skutečná plocha pórů Sn = nS. Skutečnou rychlost *v*[m/s] vyjádříme ze vztahu (*Bear, Cheng*, 2010):

Při řešení pohybu podzemní vody zůstává předmětem zájmu nejčastěji Darcyho rychlost (2.2), která jednoznačně udává množství proteklé vody v uvažované oblasti. V praxi se při vyhodnocování proudění vody porézním prostředím nahrazuje skutečný materiál kontinuem, pro které zavádíme makroskopické parametry, jako je hydraulická vodivost.

Darcyho zákon pro hustotu toku lze napsat, jako:

(2.4)

nebo v diferenciální formě:

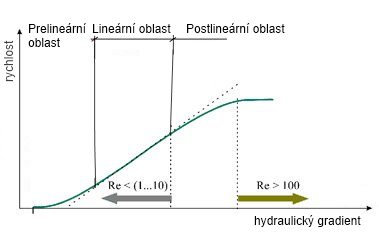
kde dH/dl je hydraulický gradient. Tato rovnice platí pro jednosměrné proudění v homogenním prostředí.

V případě třírozměrného heterogenního anizotropního proudění rychlost *v* rozepisujeme po složkách, kde *xyz* reprezentují osy souřadného systému.

kde K pro jednotlivé složky tvoří tenzor hydraulické vodivosti (*Freeze, Cherry*, 1979).

## Omezení platnosti Darcyho zákona

Lineární závislost vyjádřena Darcyho zákonem je reprezentována vztahem rychlosti proudění (hustota toku) a hydraulickým gradientem. Lineární závislost má však své omezení, kde již neplatí, jak ukazuje obrázek č. 2, tyto hraniční hodnoty označujeme jako meze platnosti Darcyho zákona (*Valentová*, 2007)



Obr. 3.: Meze platnosti Darcyho zákona

Pro půdní prostředí udává Richardson kritickou hodnotu Reynoldsova čísla přibližně 1 a Lindquist 1 až 4. Pavlovskij zahrnuje do Reynoldsova čísla i vliv pórovitosti a kritické hodnoty uvádí v intervalu od 7 do 9. Rozdílné kritické hodnoty Reynoldsova čísla lze vysvětlit odlišnou metodikou pokusů při experimentech a také tím, že Reynoldsovo číslo není pro půdní prostředí přesně vystihující charakteristikou. Navíc hranici mezi lineárním a postlineárním prouděním je obtížné přesně stanovit, protože přechod z jednoho režimu proudění do druhého je plynulý (Kazda, 1997).

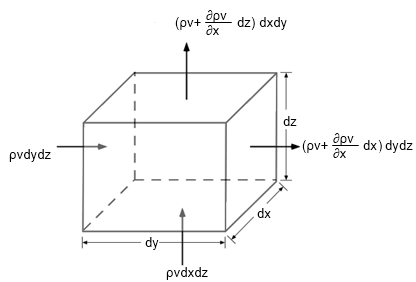
Pro velmi hrubozrné materiály, kde převládají setrvačné síly nad viskózními a opak u velmi jemnozrnných zemin dochází k porušení lineární závislosti mezi rychlostí toku a hydraulickým gradientem, kdy určujícím parametrem se stává bezrozměrné Reynoldsovo číslo **Re** *(Valentová,* 2007*)*.

Re =

kde v je rychlost proudění [L/T], *v* kinematická viskozita [L2/T] a d reprezentuje průměr efektivního zrna [L].

## Ustálené (stacionární) proudění podzemní vody

Proudění, pro které platí, že vektory rychlosti v proudovém poli jsou v čase konstantní, označujeme jako proudění ustálené. Uvažujeme-li jednotkový objem porézního materiálu viz. obrázek č. 1 a tento element označíme za elementární objem.



*Obrázek číslo 1. Elementární objem.*

Pak zákon kontinuity při tomto režimu proudění stanovuje, že množství přitékající vody do elementárního objemu se rovná objemu vody, který daný elementární objem opustí. Tento vztah vyjadřuje zápisem:

## kde *v* jsou vektory rychlosti po jednotlivých složkách a ρ je hustota kapaliny. Pokud označíme danou kapalinu za nestlačitelnou, pak platí, že ρ(x,y,z) je konstantní. Výše uvedenou rovnici lze zjednodušit do tvaru:

Substitucí Darcyho zákona pro *vx, vy a vz* získáme rovnice popisující ustálené anizotropní proudění porézním materiálem.

## kde *h* hydraulická výška a Kx, Ky a Kz představují hydraulickou vodivost v jednotlivých směrech souřadného systému. Pro izotropní medium můžeme definovat, že Kx, Ky, Kz jsou konstantní a homogenní prostředí charakterizovat funkci K(x,y,z), jenž nabývá konstantní hodnoty. Pro izotropní homogenní prostředí tedy platí, že:

## Tato rovnice je jedna ze základních parciálních diferenciálních rovnic, označovaná jako Laplaceova rovnice. Řešením této rovnice získáme funkci h(x,y,z), která popisuje hodnoty hydraulické výšky v jednotlivých bodech trojrozměrné oblasti řešení. Stává se tak základní rovnicí pro popis proudění podzemní vody v porézních materiálech v ustáleném režimu proudění.

## Dupuitovy postuláty

## Při ustáleném proudění podzemní vody s volnou hladinou, často zavádíme zjednodušující Dupuitovy postuláty. Postuláty jsou založeny na předpokladu, že sklon hladiny podzemní vody je malý v rozsahu 1/100 až 10/1000, z toho důvodu lze směr proudění považovat za horizontální (*Valentová*, 2007). Dupuitovy postuláty lze definovat tímto zůsobem:

## Hydraulická výška H(x,y,z) je rovna výšce podzemní vody h(x,y), proudnice jsou vodorovné přímky a ekvipotenciály svislice

## Gradient potenciálu je dán sklonem volné hladiny a je po svislici konstantní.

## Po zavedení těchto postulátů můžeme vyjádřit hustotu toku [L/T] jako:

## Neustálené proudění podzemní vody

Při neustáleném proudění elementárním objemem reprezentovaným porézním materiálem platí že, celková rychlost proudící kapaliny v elementárním objemu se rovná časové změně objemu kapaliny uvnitř elementu. Pomocí rovnice kontinuity můžete tuto skutečnost vyjádřit vztahem:

kde n je pórovitost materiálu. Víme, že změna hustoty ρ a změna pórovitosti n jsou způsobeny změnou hodnoty hydraulické výšky a specifická storativita je definováno jako množství uvolněné vody při jednotkovém poklesu hydraulické výšky, tedy časovou změnu objemu lze vyjádřit jako:

Zavedením předpokladu, že ρ je mnohonásobně větší než můžeme hustotu ρ zanedbat na obou stranách rovnice a po dosazení Darcyho zákona získáme vztah pro popis neustáleného anizotropního proudění nasyceným porézním materiálem:

Pro homogenní materiál a izotropní proudění rovnici redukujeme na tvar:

(1.1)

Rovnice 1.1 je označovaná jako difúzní rovnice, jejíž řešení h(x,y,z,t) popisuje časové rozložení hydraulické výšky v zájmové oblasti. Zdárné vyřešení rovnice vyžaduje znalost těchto hydrogeologických parametrů: hodnotu specifické storativity zvodně a hodnotu hydraulické vodivosti. Pro speciální případ horizontálního kolektoru s napjatou hladinou o mocnosti b, lze rovnici upravit do tvaru:

## kde bezrozměrný koeficient storativity S = Ss/b a transmisivita kolektoru T = Kb (Freeze, Cherry, 1979).

## Rotačně symetrické proudění

Rotačně symetrické proudění při použití cylindrických souřadnic je takové proudění, které je ve všech rovinách, procházející osou vrtu stejné a jehož vektor rychlosti v libovolném bodě x a čase t leží v rovině dané osou vrtu a bodem x. Protože hydraulická výška a její gradient je podle Dupuita konstantní na vertikále, a protože je proudění symetrické, bude v rovnici popisující proudění podzemních vod vystupovat pouze jedna nezávisle proměnná r – proudění je jednorozměrné. Pro popis toho proudění používáme cylindrických souřadnic, který je definována souřadnice *r* je vzdálenost od osy symetrie, souřadnice *z* určuje vertikální osu a úhel průmětu průvodiče *θ*. Diferenciální rovnice popisující radiálně symetrické proudění ve zvodnělé vrstvě ve tvaru pro snížení hladiny má tvar (*Valentová*, 2007).

kde S je storativita vrtu a T transmisivita zvodnělého prostředí.

Tento tvar rovnice nejčastěji používáme při řešení proudění podzemních vod, kde jako hlavní kritérium výpočtu vystupuje snížení hladiny v průběhu čerpání (*Wang et al, 2012*). Při čerpání vody z vrtu dochází k uvolňování vody z pórů a v důsledku toho dochází ke snižování hladiny, tvoří se depresní kužel. U kolektorů s napjatou hladinou vlivem stlačitelnosti prostředí a vody nedochází k poklesu hladiny podzemní vody, nýbrž k poklesu piezometrické výšky, která má taktéž tvar depresního kužele (*Domenico et al.,* 1998).

Při čerpání ze studny považujeme proudění za nestacionární, za předpokladu nekonečného dosahu kolektoru a stále se zvětšujícího dosahu depresního kužele. Poměr dosahu studny R definuje vzdálenost vlivu depresního kužele na tvar hladiny podzemní vody (*Pech*, 2010). Pro jeho určení je možné použít empirický vzorec dle Sichardta:

R = 3000 \* s \* K 1/2

kde s je snížení hladiny ve studni [m] a K hydraulická vodivost [m/s].

# Fyzikální popis proudění podzemní vody k reálnému vrtu

## Parametry popisující skutečný vrt (dodatečné odpory a vlastní objem vrtu)

## Rovnice popisující proudění ke skutečnému vrtu a jejich řešení (Laplace, Stehfest)

# Seznam literatury

VALENTOVÁ J., 2007: Hydraulika podzemní vody. *ČVUT, Praha.*

PECH, P. 2010. Speciální případy hydrauliky podzemních vod. Česká zemědělská univerzita v Praze ve Výzkumném ústavu vodohospodářském T. G. Masaryka v.v.i., 49, ISBN-978-80-87402-04-7

HEATH C. RALPH, 1983. Basic Ground-Water hydrology. Geologigal survey Dallas.

JETEL J., 1982:

FREEZE A, CHERRY JA, 1979, Groundwater, Prentice Hall, Englewood Cliffs.

BEAR, Jacob, CHENG, Alexander H.-D., 2010, Modeling Groundwater Flow and Contaminant Transport, Springer Netherlands, ISBN 978-1-4020-6681-8

KAZDA I., 1997: Podzemní hydraulika v ekologických a inženýrských aplikacích.

*Academia, Praha.*

DOMENICO P. A., SCHWARTZ F. W. 1998. Physical and chemical hydrogeology. Wiley: 60-63, ISBN-10: 0471597627

WANG C. T., YEH H., TSAI C. 2012. Transient drawdown solution for a constant pumping test in finite two-zone confined aquifers. *Hydrology and Earth System Sciences*